



Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Tecnologia e Ciências
Faculdade de Engenharia

Kelvin de Paula Sobrinho
Vitor Rodrigues Gomes

Trabalho Final de Otimização

Prof. Francisco José Da Cunha Pires Soeiro

Rio de Janeiro
2019

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – O mínimo de $f(x)$ é como o máximo de $-f(x)$	5
Figura 2 – Ponte exemplo	7
Figura 3 – Configuração Inicial da treliça	8
Figura 4 – Parâmetro 1	9
Figura 5 – Parâmetro 2	10
Figura 6 – Parâmetro 3	10
Figura 7 – Parâmetro 4	11
Figura 8 – Geometria inicial.....	11
Figura 9 – Dimensionamento dos perfis.....	12
Figura 10 – Configuração da treliça após o dimensionamento.....	12
Figura 11 – Fatores de utilização	12
Figura 12 – Esforços normais.....	13
Figura 13 – Deformada da estrutura	13
Figura 14 – Lista de materiais	14
Figura 15 – Parâmetro 5	15
Figura 16 – Parâmetros de entrada.....	15
Figura 17 – Dados de saída	16
Figura 18 – Parâmetros 6.....	16
Figura 19 – Parâmetro 7	17
Figura 20 – Gerenciador de tarefa e monitor do programa	17
Figura 21 – Função Objetivo	18
Figura 22 – Altura dos montantes	19
Figura 23 – Configuração final da estrutura	19
Figura 24 – Lista final de materiais.....	20

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Coeficientes de carga crítica	13
Tabela 2 – Frequência de vibração	14
Tabela 3 – Comprimento dos montantes	19

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ELS	Estado Limite de Serviço
ELU	Estado Limite de Último
RHS	Rectangular Hollow Section
SHS	Square Hollow Section

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	5
2 DESENVOLVIMENTO	7
2.1 Informações Gerais	7
2.2 Dimensionamento	7
2.3 Otimização Geométrica.....	14
3 CONCLUSÃO	21
4 REFERÊNCIAS.....	22

1 INTRODUÇÃO

A otimização tem como objetivo determinar uma solução ou um conjunto de soluções ótimas, dentro de determinadas circunstâncias, para uma determinada função ou conjunto de funções, a fim de minimizar os esforços necessários ou maximizar os benefícios desejados, o que dependerá do problema a ser resolvido. Uma solução ótima é quando se encontra o melhor resultado viável para o problema em questão, aquele que atingiu da melhor forma possível o objetivo, respeitando todas as restrições inseridas.

Uma vez que o esforço necessário ou o benefício desejado de determinada situação prática pode ser representado por uma função de determinadas variáveis de projeto, pode-se definir a otimização como o processo de encontrar as condições que forneça o valor mínimo ou máximo dessa função. A Figura 1 demonstra que se um ponto x^* corresponde ao valor mínimo da função $f(x)$, o mesmo ponto também corresponde ao valor máximo do negativo da função, $-f(x)$. Logo, sem perda de generalidade, a otimização pode ser entendida como minimização, uma vez que o máximo de uma determinada função pode ser representada como o mínimo do negativo da mesma função [1].

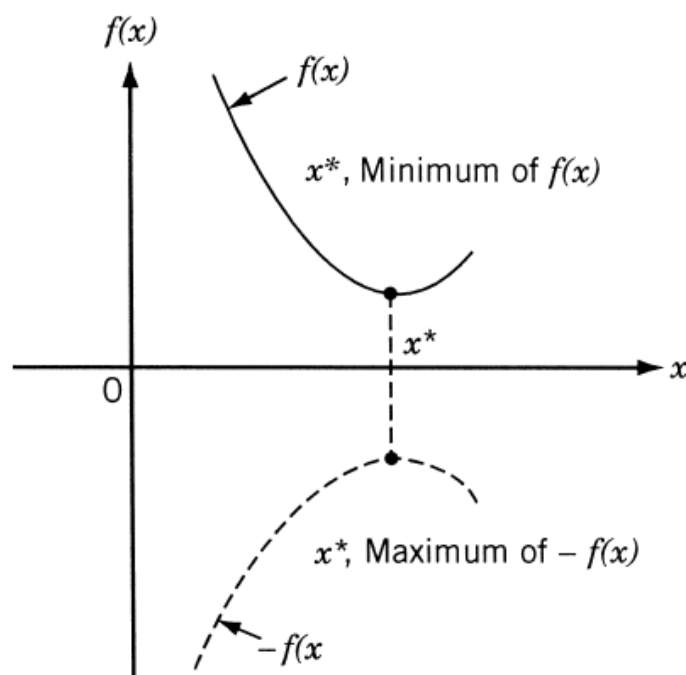


Figura 1 – Relação entre o mínimo de $f(x)$ e o máximo de $-f(x)$

Não há um método único disponível para solucionar todos os problemas de otimização com eficiência. Entretanto, diversos métodos de otimização foram desenvolvidos para resolver diferentes tipos de problemas. Os métodos ideais de busca também são conhecidos como técnicas de programação matemática e geralmente são estudados como parte da pesquisa operacional. As técnicas de programação matemática são úteis para encontrar o mínimo de uma função de várias variáveis sob um conjunto de restrições prescritas. A pesquisa operacional é um ramo da matemática que se preocupa com a aplicação de métodos e técnicas científicas aos problemas de tomada de decisão e com o estabelecimento das melhores soluções. Outras técnicas de pesquisa operacionais são, técnicas de processo estocástico, que podem ser usadas para analisar problemas descritos por um conjunto de variáveis aleatórias com distribuições de probabilidade conhecidas, além dos métodos estatísticos, que permitem analisar os dados experimentais e construir modelos empíricos para obter a representação mais precisa da situação física [1].

Este trabalho, tem como objetivo utilizar o conceito de otimização aplicado a um exemplo de modo a exercitar o conhecimento adquirido ao longo do curso.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 Informações Gerais

Para o trabalho em questão, será avaliado uma ponte ferroviária de treliça invertida com 40 metros de vão livre, semelhante a apresenta na Figura 2.



Figura 2 – Ponte exemplo

Supondo que a ponte esteja sujeita a um carregamento distribuído de 50 kN/m^2 e uma largura do eixo ferroviário de 4m , a carga linear em cada treliça será de 100 kN/m ($50\text{kN/m}^2 \times 2\text{m}$). Para avaliar o Estado Limite de Serviço (ELS), será considerado que o deslocamento máximo para esse tipo de estrutura é de $L/500$, o que resultaria em 80 mm , sendo esse uma restrição de projeto.

2.2 Dimensionamento

Para o pré-dimensionamento da estrutura será utilizado fórmulas empíricas que atendem as seguintes premissas:

- Quanto mais alta for a treliça, menores serão os esforços nas barras, mas, por outro lado, quando muito altas resultam num peso maior. Além disso, quanto

maior a treliça, maior o comprimento de flambagem dos elementos compridos, o que reduz a resistência destes. As treliças mais econômicas são as que apresentam a relação entre altura da treliça e do vão compreendida entre 1/7 e 1/10. Em casos extremos podem ser utilizados valores entre 1/5 e 1/15, que não são tão econômicos.

- Diagonais muito inclinadas aumentam o peso da treliça e ao contrário provocam um comportamento inadequado da treliça. O ângulo de inclinação mais adequado deverá estar entre 30° e 60° , sendo o ideal 45° .

Nem sempre o fator econômico é o critério decisivo na escolha da altura conveniente, outros critérios, inclusive estéticos, podem se impor. Para o pré-dimensionamento será considerado, a princípio, uma altura de 5 m para a treliça. E para as diagonais será utilizado um ângulos de 45° , o que significa que teremos montantes a cada 5 m.

O tipo de perfil a ser utilizado será o tubular de seção quadrada (SHS) em aço S235. Como a carga será aplicada na parte superior da treliça e para evitar esforços de compressão nas barras, que podem diminuir a resistência do elemento devido à flambagem a compressão, as diagonais serão posicionadas no sentido descendente, para que essas fiquem tracionadas. Logo, será considerado a seguinte configuração inicial apresentada na Figura 3. A carga em cada nó será de 500 kN (100 kN/m e 5 m da região de influência).

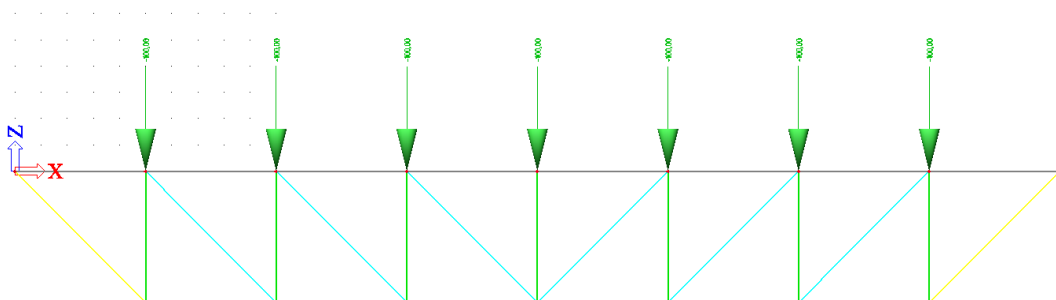


Figura 3 – Configuração Inicial da treliça

Para a análise, serão consideradas duas combinações, uma para o estado limite de serviço, que avaliará a deformação máxima utilizando um fator igual a 1,0 e

uma combinação de estado limite último, que avaliará a resistência total dos perfis sob um fator de carga de 1,4.

Neste trabalho, deseja-se otimizar a estrutura para os carregamentos impostos, de modo que atenda as restrições de deslocamentos máximos e ao dimensionamento do Estado Limite Último (ELU).

Será otimizada a geometria da estrutura, através da variação da altura dos montantes, como também, a seção transversal do tabuleiro, do banzo, dos montantes e das diagonais, com o objetivo em minimizar o peso total da estrutura, que acarretará também em um menor custo.

Para o desenvolvimento do trabalho, foi utilizado o software SCIA Engineer, versão 12 [2], onde foi considerado como parâmetros de entrada a coordenada Z dos nós inferiores dos montantes. Todas as alturas foram inicialmente consideradas iguais a -5 e esse valor foi utilizado como coordenada Z dos nós.

Outro parâmetro de entrada para a avaliação foi a seção transversal dos perfis. Algumas imagens de parâmetros inseridos no programa são apresentadas nas Figura 4 a Figura 6.

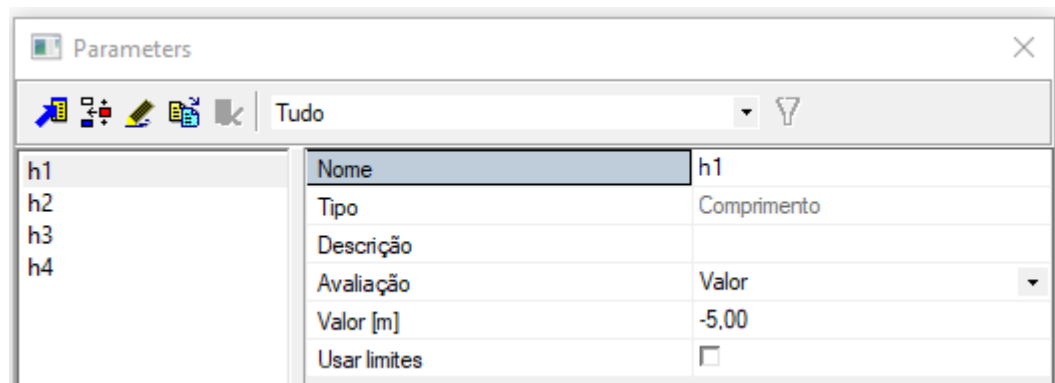


Figura 4 – Parâmetro 1

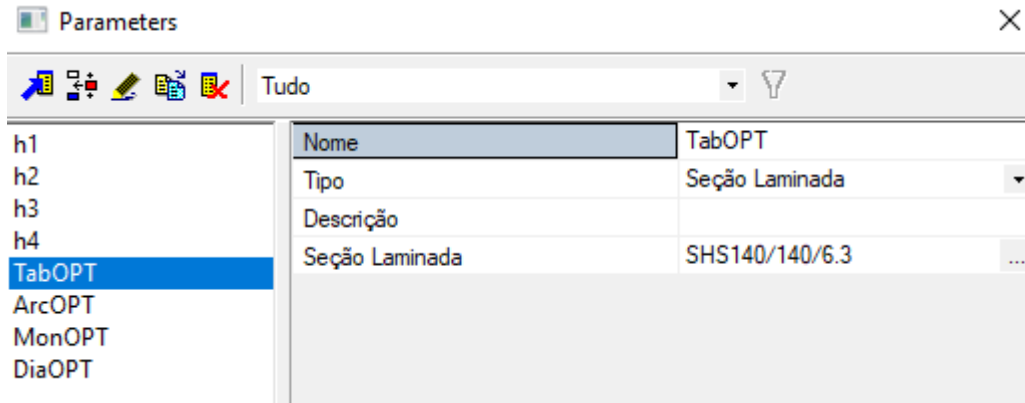


Figura 5 – Parâmetro 2

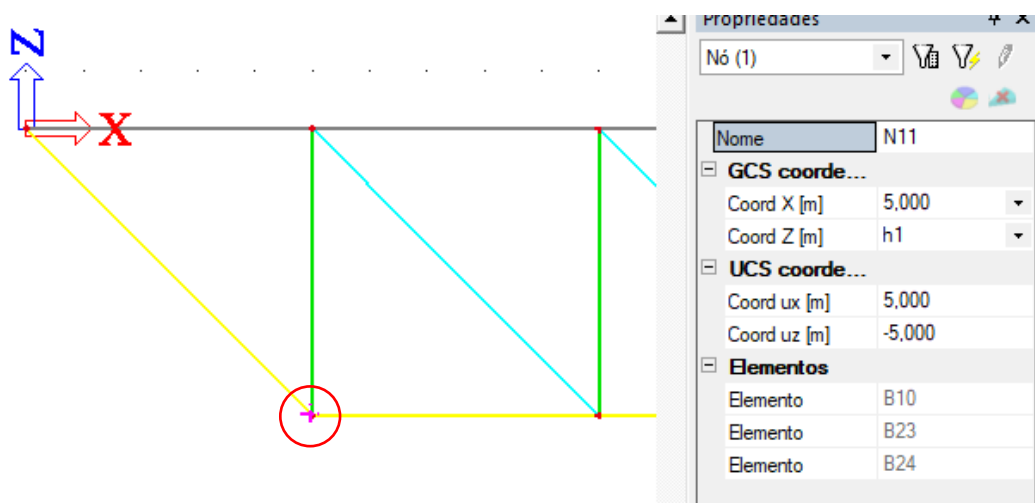


Figura 6 – Parâmetro 3

O software SCIA Engineer já possui uma ferramenta de otimização da seção transversal, que será utilizado para determinar os perfis iniciais da análise. Para isso, a otimização será configurada para a combinação no ELU, afim de determinar a menor área possível para cada conjunto de perfis, conforme apresentado na Figura 7.

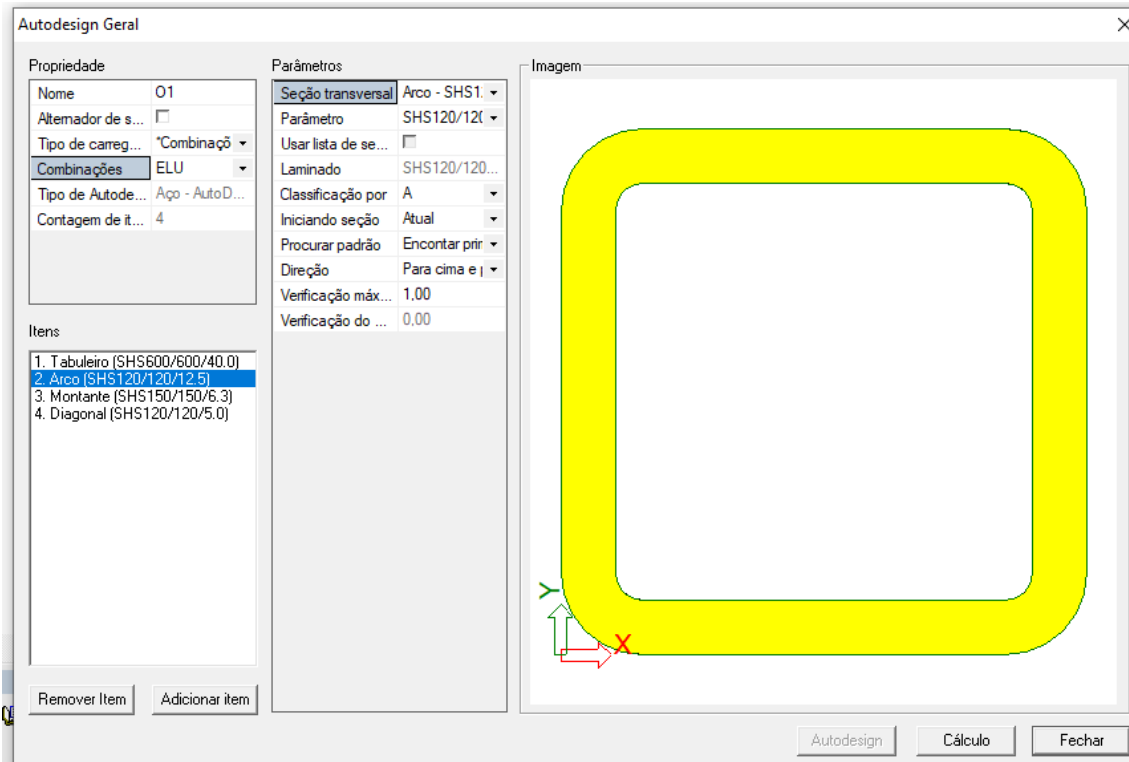


Figura 7 – Parâmetro 4

Para iniciar a análise, foi adotado perfis muito esbeltos, a Figura 8 apresenta a geometria da treliça com os perfis em escala.

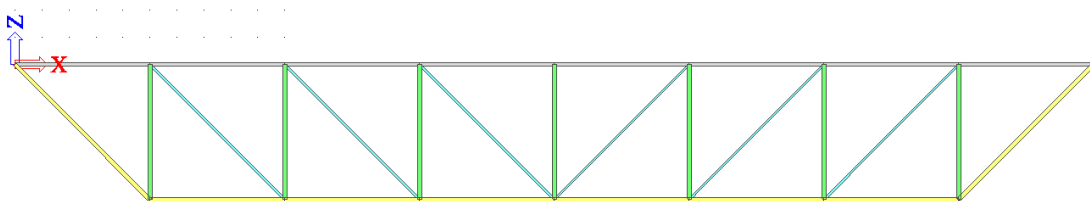


Figura 8 – Geometria inicial

Após rodar uma rotina de otimização de seção transversal, dimensionamento pelo software, foram encontrados os perfis apresentados na Figura 9

1. Passo da rotina: 1
1.1. O1

Seção transversal	Parâmetro	Classificação por	Seção transversal original	Autodesign da seção transversal	Verificação do Autodesign [-]
Tabuleiro - SHS450/450/16.0	SHS450/450/16.0	A	Tabuleiro - SHS100/100/5.0	Tabuleiro - SHS450/450/16.0	0,90
Arco - SHS500/500/12.0	SHS500/500/12.0	A	Arco - SHS150/150/8.0	Arco - SHS500/500/12.0	0,97
Montante - SHS350/350/8.0	SHS350/350/8.0	A	Montante - SHS150/150/10.0	Montante - SHS350/350/8.0	1,00
Diagonal - SHS350/350/8.0	SHS350/350/8.0	A	Diagonal - SHS80/80/3.6	Diagonal - SHS350/350/8.0	0,97

2. Passo da rotina: 2

Seção transversal	Parâmetro	Classificação por	Seção transversal original	Autodesign da seção transversal	Verificação do Autodesign [-]
Tabuleiro - SHS450/450/16.0	SHS450/450/16.0	A	Tabuleiro - SHS450/450/16.0	Tabuleiro - SHS450/450/16.0	0,90
Arco - SHS500/500/12.0	SHS500/500/12.0	A	Arco - SHS500/500/12.0	Arco - SHS500/500/12.0	0,97
Montante - SHS350/350/8.0	SHS350/350/8.0	A	Montante - SHS350/350/8.0	Montante - SHS350/350/8.0	1,00
Diagonal - SHS350/350/8.0	SHS350/350/8.0	A	Diagonal - SHS350/350/8.0	Diagonal - SHS350/350/8.0	0,97

Figura 9 – Dimensionamento dos perfis

Após o dimensionamento a treliça passou a ter a seguinte configuração apresentada na Figura 10, com a dimensão dos perfis em escala.

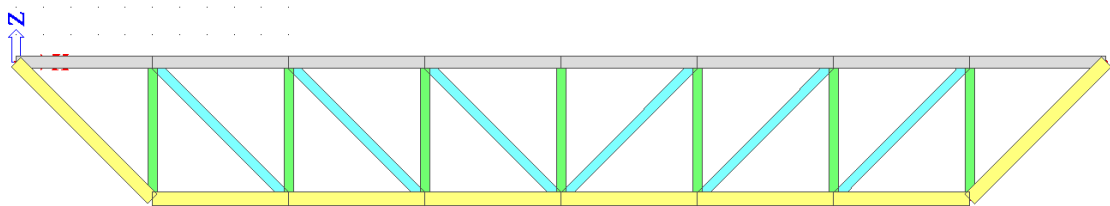


Figura 10 – Configuração da treliça após o dimensionamento

Na avaliação da resistência no ELU foram obtidos todos os fatores de utilização iguais ou inferiores a 1, o que significa que toda a estrutura atende aos critérios de dimensionamento, como é apresentado na Figura 11.

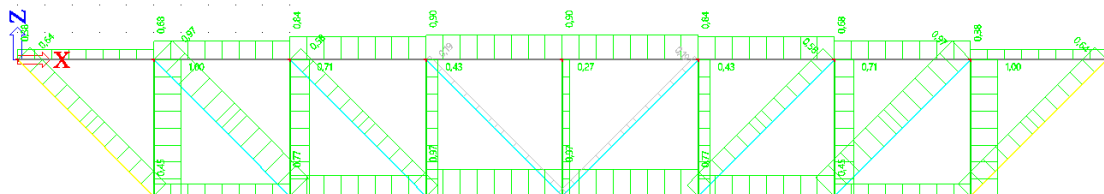


Figura 11 – Fatores de utilização

Os esforços normais extremos da treliça são apresentados na Figura 12. E o deslocamento no meio do vão para o ELS é de 76,9 mm, que possui uma relação de $L/520$. A configuração da deformada da estrutura é apresentada na Figura 13.

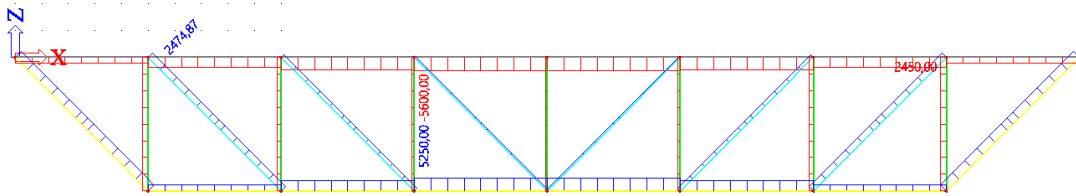


Figura 12 – Esforços normais

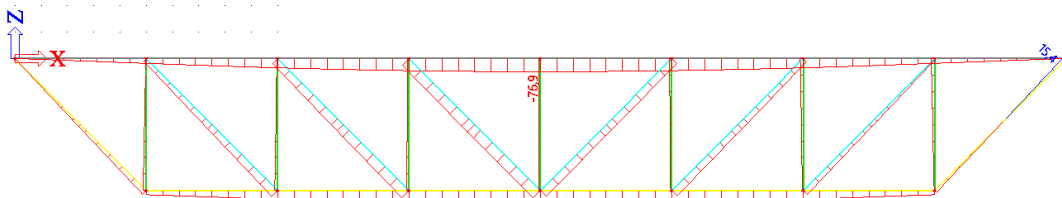


Figura 13 – Deformada da estrutura

Foi realizado uma análise de coeficiente de carga crítica para avaliar a estrutura, onde foi obtido um fator alfa de 22,39, valor bastante elevado, o que indica a estabilidade da estrutura, conforme é apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 – Coeficientes de carga crítica

Coeficientes de carga crítica	
N	f
Combinação de estabilidade: S1	
1	22,39
2	31,33
3	41,70
4	56,90

A frequência de vibração da estrutura também apresentou um fator seguro de 8,17Hz, como é demonstrado na Tabela 2.

Tabela 2 – Frequência de vibração

N	f [Hz]	Ômega [1/sec]	Omega ² [1/sec ²]	T [sec]
Combinação de massa: CM1				
1	8,17	51,32	2633,64	0,12
2	21,67	136,15	18535,76	0,05
3	26,79	168,32	28331,21	0,04
4	37,20	233,73	54631,41	0,03

Por fim, a estrutura apresentou uma massa total de 23.138,9 kg. A lista de materiais é apresentada na Figura 14.

Lista de materiais

Nome	Massa [kg]	Superfície [m ²]	Volume [m ³]
Resultados totais :	23138,9	264,016	2,9476e+00

Seção	Material	Massa unitária [kg/m]	Comprimento [m]	Massa [kg]	Superfície [m ²]	Massa por volume unitário [kg/m ³]	Volume [m ³]
Tabuleiro - SHS450/450/16.0	S 235	212,7	40,000	8509,4	70,344	7850,0	1,0840e+00
Arco - SHS500/500/12.0	S 235	181,3	44,142	8004,5	86,897	7850,0	1,0197e+00
Montante - SHS350/350/8.0	S 235	85,6	35,000	2994,8	48,267	7850,0	3,8150e-01
Diagonal - SHS350/350/8.0	S 235	85,6	42,426	3630,2	58,508	7850,0	4,6245e-01

Figura 14 – Lista de materiais

2.3 Otimização Geométrica

O resultado, apresentado na seção anterior, atende aos requisitos de segurança e utilização, sendo assim possível considerá-lo como um ótimo local. Tal resultado seria utilizado pela grande maioria dos projetistas, que não realizam um processo de otimização mais rigoroso. Neste capítulo, será apresentado um processo de otimização geométrica com o objetivo de alcançar resultados ainda melhores.

Inicialmente, faz-se necessário ler o arquivo e definir os parâmetros de entrada e saída, no software SCIA EOT, também na sua versão 12. Deve-se selecionar a ferramenta de AutoDesign de seção transversal, para que a cada iteração o software verifique se os perfis selecionados atendem às normas e que haja uma otimização da sua seção. Alguns parâmetros são apresentados na Figura 15.

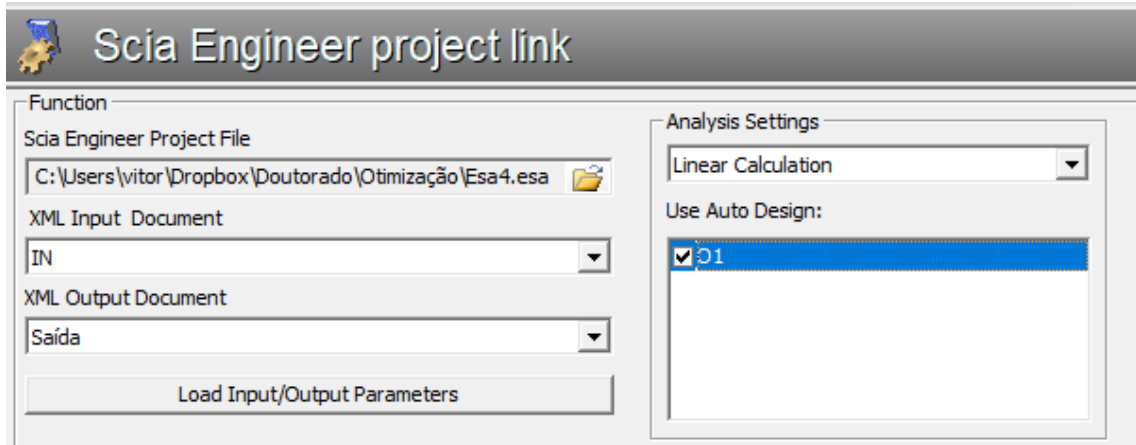


Figura 15 – Parâmetro 5

Mais uma vez, os parâmetros de entrada são as alturas dos montantes, como demonstrado na Figura 16.

Input Parameters		Output Parameters			
Scia Engineer Name	User Name	Scia Engineer Ty...	Initial Value	Size	Use
h1	h1	Comprimento	-5.E+00		<input checked="" type="checkbox"/>
h2	h2	Comprimento	-5.E+00		<input checked="" type="checkbox"/>
h3	h3	Comprimento	-5.E+00		<input checked="" type="checkbox"/>
h4	h4	Comprimento	-5.E+00		<input checked="" type="checkbox"/>

Figura 16 – Parâmetros de entrada

Como dado de saída, há a lista de materiais e o deslocamento dos elementos, como é exibido na Figura 17.

Input Parameters		Output Parameters	
Scia Engineer Class	Scia Engineer Name	User Name	Use
			<input type="checkbox"/> Sel/Desel All
Lista de materiais	Massa	Massa_max	<input checked="" type="checkbox"/>
Lista de materiais	Massa	Massa_min	<input checked="" type="checkbox"/>
Lista de materiais	Superfície	Superfície_max	<input checked="" type="checkbox"/>
Lista de materiais	Superfície	Superfície_min	<input checked="" type="checkbox"/>
Lista de materiais	Volume	Volume_max	<input checked="" type="checkbox"/>
Lista de materiais	Volume	Volume_min	<input checked="" type="checkbox"/>
Lista de materiais	Massa unitária	Massaunitria_max	<input checked="" type="checkbox"/>
Lista de materiais	Massa unitária	Massaunitria_min	<input checked="" type="checkbox"/>
Lista de materiais	Comprimento	Comprimento_max	<input checked="" type="checkbox"/>
Lista de materiais	Comprimento	Comprimento_min	<input checked="" type="checkbox"/>
Lista de materiais	Massa por volume unitário	Massaporvolumeunitrio_max	<input checked="" type="checkbox"/>
Lista de materiais	Massa por volume unitário	Massaporvolumeunitrio_min	<input checked="" type="checkbox"/>
Deformações nos elementos	dx	dx_max	<input checked="" type="checkbox"/>
Deformações nos elementos	dx	dx_min	<input checked="" type="checkbox"/>
Deformações nos elementos	X	X_max	<input checked="" type="checkbox"/>
Deformações nos elementos	X	X_min	<input checked="" type="checkbox"/>
Deformações nos elementos	Z	Z_max	<input checked="" type="checkbox"/>
Deformações nos elementos	Z	Z_min	<input checked="" type="checkbox"/>
Deformações nos elementos	ux	ux_max	<input checked="" type="checkbox"/>
Deformações nos elementos	ux	ux_min	<input checked="" type="checkbox"/>
Deformações nos elementos	uz	uz_max	<input checked="" type="checkbox"/>
Deformações nos elementos	uz	uz_min	<input checked="" type="checkbox"/>
Deformações nos elementos	fiy	fiy_max	<input checked="" type="checkbox"/>
Deformações nos elementos	fiy	fiy_min	<input checked="" type="checkbox"/>
Deformações nos elementos	Resultante	Resultante_max	<input checked="" type="checkbox"/>
Deformações nos elementos	Resultante	Resultante_min	<input checked="" type="checkbox"/>

Figura 17 – Dados de saída

Inicialmente, será permitido que os montantes variem de 0,5 m à 15 m, valor este muito elevado, simulando a ausência de restrições, de modo que seja possível convergir para um ótimo global. Os parâmetros inseridos no programa são apresentados na Figura 18.

Independent Variables		Optimization					
User Name	Initial Value	Minimum	Maximum		Step	Constant	
h1	-5.E+00	-15.E+00		0.	<input type="checkbox"/>	0.	
h2	-5.E+00	-15.E+00		0.	<input type="checkbox"/>	0.	
h3	-5.E+00	-15.E+00		0.	<input type="checkbox"/>	0.	
h4	-5.E+00	-15.E+00		0.	<input type="checkbox"/>	0.	

Figura 18 – Parâmetros 6

Será otimizado a massa da estrutura com o objetivo de minimizá-la. A restrição imposta foi de que o limite de deslocamento vertical fosse de até 80 mm (0,08 m). A restrição de atendimento aos critérios de resistência é determinada quando é selecionado o passo de otimização da seção transversal, conforme demonstrado na Figura 19.

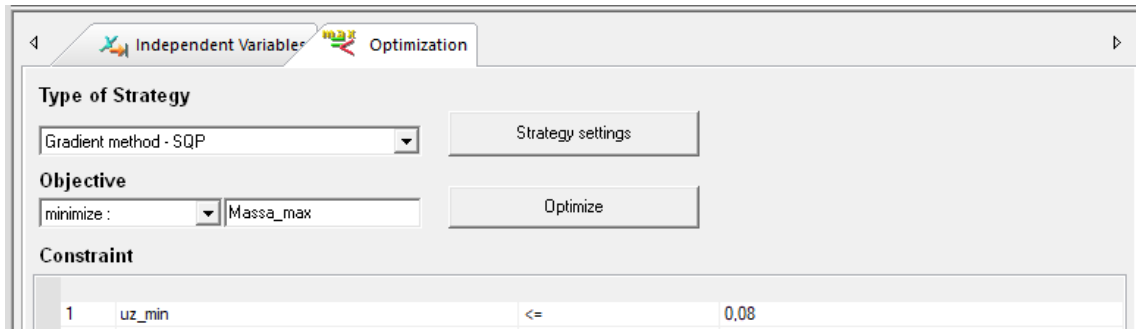


Figura 19 – Parâmetro 7

Durante as análises, foi possível perceber, que a ferramenta de otimização do SCIA, versão 12, está mal otimizada para computadores mais modernos, por fazer o uso de apenas 1 thread do processador. Se o software fosse melhor otimizado, seria possível realizar o cálculo até 24x mais rapidamente no computador em que foi utilizado. O Gerenciador de Tarefas do computador juntamente com monitor do programa é apresentado na Figura 20, indicando o uso de apenas uma parte do processador.

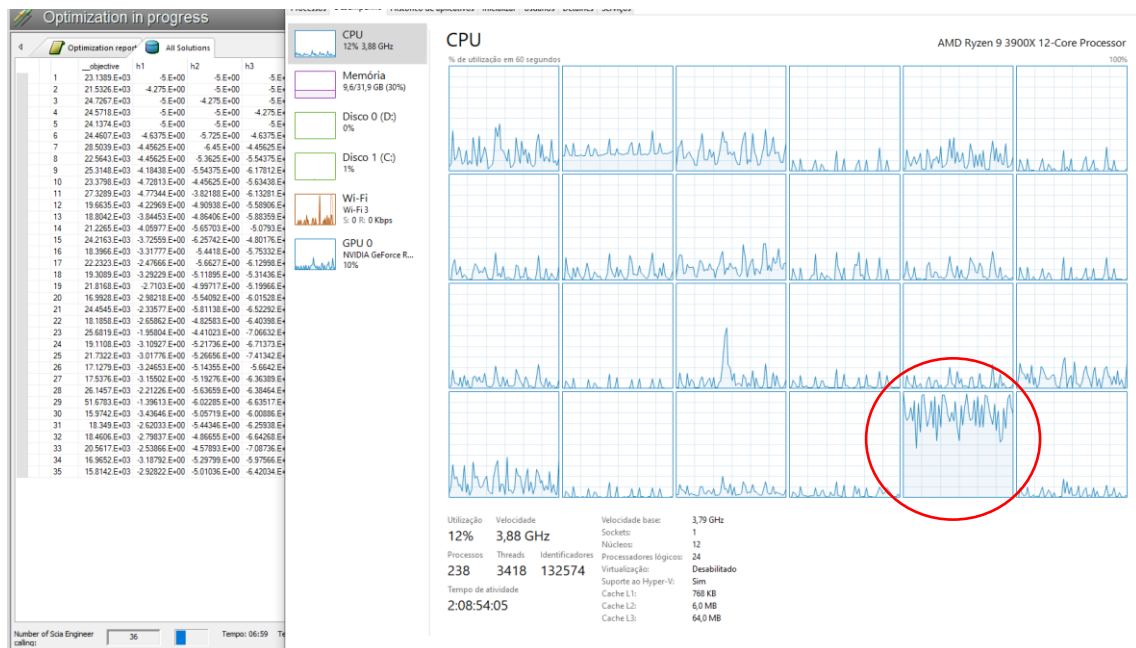


Figura 20 – Gerenciador de tarefa e monitor do programa

Tentou-se utilizar alguns métodos de otimização, como por exemplo o Método dos Gradientes e Métodos de Algoritmos Genéticos. Porém, para esse problema em

específico, o software não conseguiu convergir para uma solução interessante. O melhor método avaliado foi o de Nelder-Mead, que se trata de um método de busca direta, baseado na comparação dos valores da função, e é geralmente aplicado para problemas de otimização não lineares, em que a derivada pode não ser conhecida.

Foram necessárias 215 avaliações da função objetivo, num processo que demorou 54 minutos.

Em cada iteração, os valores das alturas dos montantes eram alterados, os esforços e deformações na estrutura eram calculados, e depois era realizada uma otimização da seção transversal com verificação dos critérios de norma para Estado Limite Último.

O gráfico apresentado na Figura 21 a seguir apresenta o valor da função objetivo (peso da estrutura) conforme o processo de otimização era realizado.

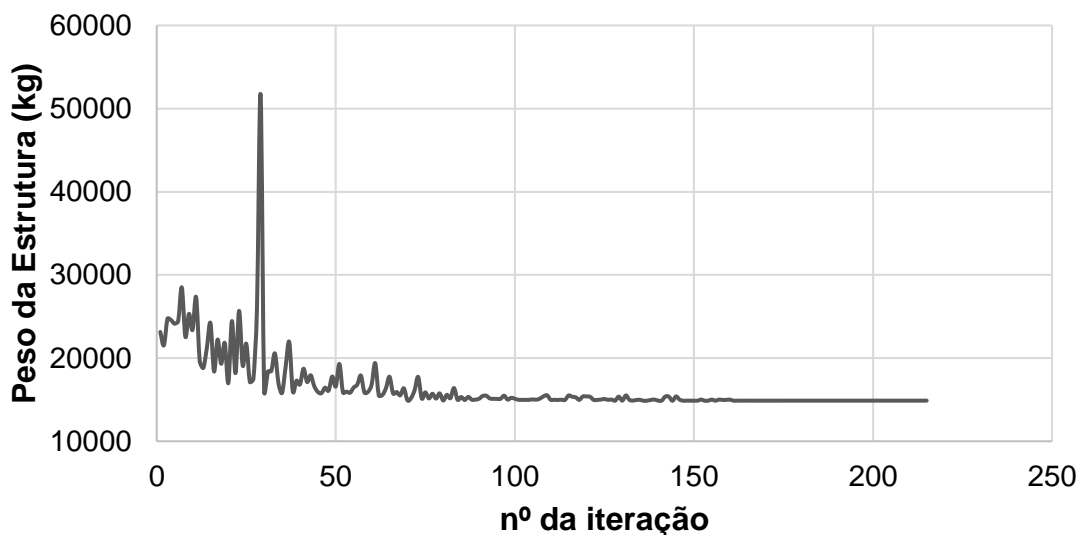


Figura 21 – Função Objetivo

Na Figura 22 é apresentado um gráfico que demonstra a altura de cada montante avaliada em cada iteração.

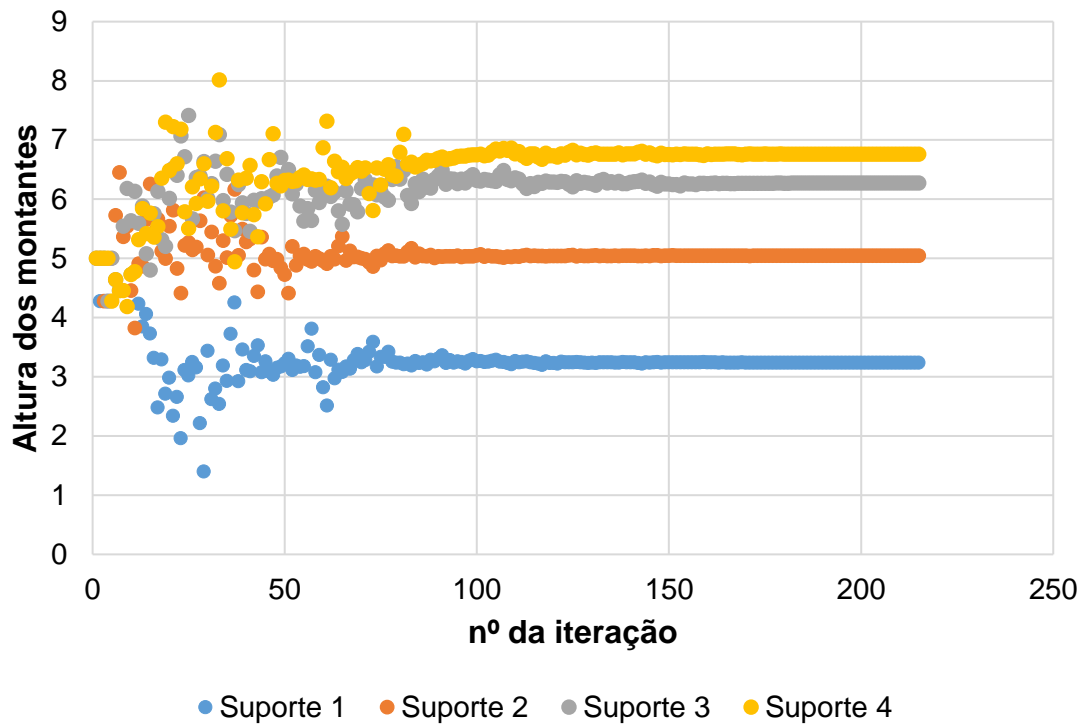


Figura 22 – Altura dos montantes

Após a conclusão do processo de otimização, a treliça ficou com a seguinte configuração apresentada na Figura 23.

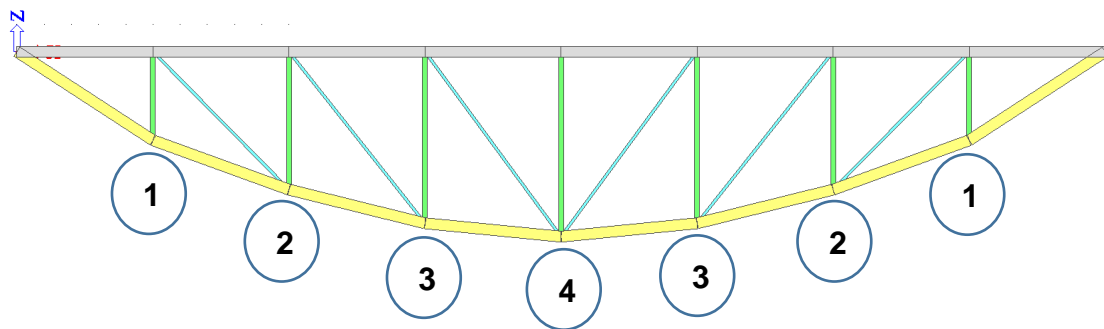


Figura 23 – Configuração final da estrutura

O resultado otimizado da altura dos montantes é apresentado na Tabela 3.

Tabela 3 – Comprimento dos montantes

Otimização	h_1 [m]	h_2 [m]	h_3 [m]	h_4 [m]
Inicial	5,00	5,00	5,00	5,00
Final	3,23	5,04	6,27	6,76

Por meio dos resultados encontrados é possível perceber que para a maioria dos pontos ocorreu um aumento do comprimento final do montante, e conseqüentemente, aumento no comprimento das diagonais, fazendo com que fosse necessário um maior comprimento total de perfis. Entretanto, o peso da estrutura, que inicialmente era de 23.138,9 Kg foi reduzido para apenas 14.882 Kg, o que representa uma redução de 35,7%. A lista final com os perfis utilizados é apresentada na Figura 24.

Lista de materiais

Nome	Massa [kg]	Superfície [m ²]	Volume [m ³]
Resultados totais :	14882,0	173,050	1,8958e+00

Seção	Material	Massa unitária [kg/m]	Comprimento [m]	Massa [kg]	Superfície [m ²]	Massa por volume unitário [kg/m ³]	Volume [m ³]
Tabuleiro - SHS400/400/12.5	S 235	150,7	40,000	6028,8	62,690	7850,0	7,6800e-01
Arco - SHS400/400/12.5	S 235	150,7	42,891	6464,5	67,221	7850,0	8,2350e-01
Montante - SHS180/180/8.0	S 235	42,7	35,866	1531,6	25,081	7850,0	1,9511e-01
Diagonal - SHS100/100/6.3	S 235	18,2	47,063	857,1	18,058	7850,0	1,0919e-01

Figura 24 – Lista final de materiais

3 CONCLUSÃO

Neste projeto foram aplicados os conceitos adquiridos na disciplina de Otimização, a fim de otimizar a melhor altura z , dos montantes de uma suposta ponte ferroviária com treliça invertida. A otimização da estrutura teve como objetivo minimizar o seu peso total e conseqüentemente o seu custo final, de forma a atender as seguintes restrições de projetos: flecha máxima admissível e resistência da seção transversal no E.L.U. Para a análise em questão, foi utilizado software Scia Engineer, versão 12, juntamente com o método de busca direta Nelder-Mead. Inicialmente, foi realizado o dimensionamento padrão para esse tipo de estrutura, onde foi obtido uma lista de material composta por 23.138,9 Kg de aço S235, resultado que atende aos parâmetros de segurança e que seria utilizado por grande parte dos projetistas que não estão habituado em realizar processos de otimização mais avançados em seus projetos. Através da otimização da estrutura foi possível minimizar o seu peso final, reduzindo-o para 14.882 Kg de aço S235, o que representa uma redução de 35,7%. Logo, podemos concluir que as técnicas de otimização são fundamentais no projetos de Engenharia, tornando assim, o projeto mais econômico e sustentável, garantindo também, uma maior competitividade.

4 REFERÊNCIAS

1. RAO, S. S. **Engineering optimization: theory and practice**. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, 2009.
2. SCIA ENGINEER. SCIA a Nemetschek Company. **SCIA**, 2019. Disponível em: <<https://www.scia.net/pt>>.